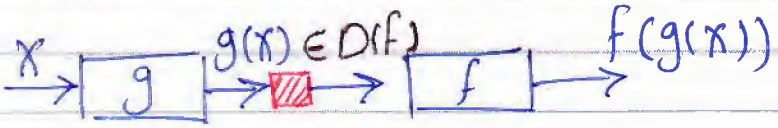
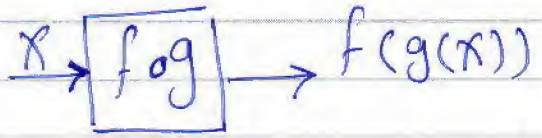
Composite fn. الدالة المركبة [دالة الدالة]





* $f(x) = x^2 - 4$ $\quad g(x) = 3x - 2$

fog , gof , fof

- $fog = f(g(x)) =$
  $f(\uparrow x)$

$x \to g(x)$ inside $f(x)$

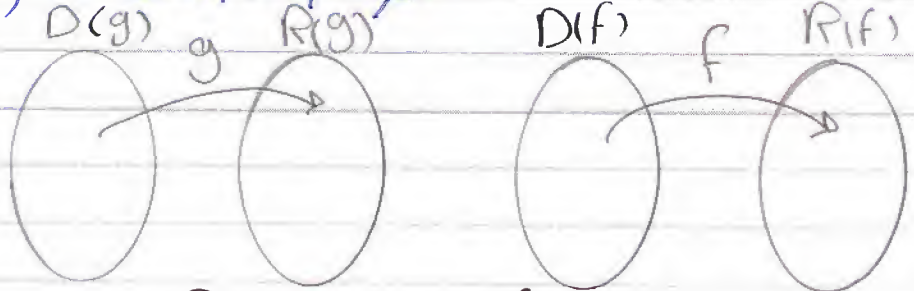
$$f(g(x)) = (3x-2)^2 - 4 = 9x^2 - 12x$$

- $gof = g(f(x)) = g(x^2 - 4) = 3(x^2-4) - 2$
  $= 3x^2 - 14$

- $fof = f(f(x)) = (x^2-4)^2 - 4$

شرط ايجاد الدالة fog :.

- $R(g) \cap D(f) \neq \emptyset$



$R(g) \cap D(f) = \emptyset$

∴ fog → doesn't exist

$f(x) = \sqrt{x}$ $\quad g(x) = -x^2$

هل $f \circ g$ موجودة

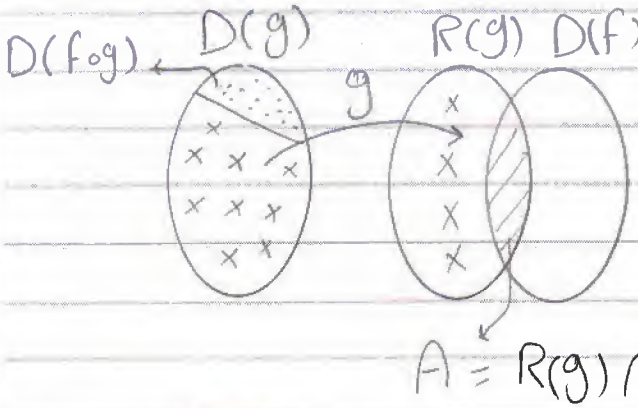
$R(g) = (-\infty, 0]$

$D(f) = [0, \infty)$

$R(g) \cap D(f) = \{0\}$ ← {0} موجودة عند نقطة وحيدة فقط

$\therefore f \circ g = \sqrt{-x^2}$

مجال الدالة المركبة $f \circ g$:

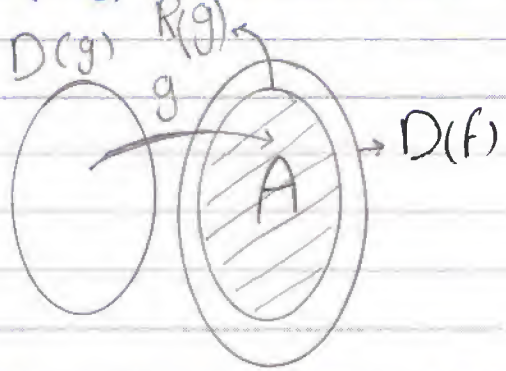


→ $\boxed{f \circ g}$

$\therefore D(f \circ g)$ ← هو فئة جزئية من $D(g)$ التي لها مدى A = باستعمال الدالة g

$D(f \circ g) =$ subset of $D(g)$ whose range $= A$ using g

حالة خاصة



$R(g) \cap D(f) = R(g) \Rightarrow \therefore D(f \circ g) = D(g)$ full Domain

full range

أوجد $f\circ g$ ، $g\circ f$ ومجالهما

0) $D(f), R(f), D(g), R(g)$

[$f\circ g$] → لإيجاد الاثنين يتم استبدال الـ g بـ f [$g\circ f$]

1) $A = R(g) \cap D(f) \neq \phi$

2) $f\circ g = f(g(x))$ ✓ شرط

3) $D(f\circ g)$ = subset of $D(g)$ whose rang = A using g.

Ex) $f(x) = x+1 \qquad g(x) = \sqrt{x}$

[0] $D(f) = \mathbb{R} \qquad D(g) = [0, \infty)$

$R = \mathbb{R} \qquad R(g) = [0, \infty)$

($f\circ g$, $g\circ f$)

$f\circ g$:

[1] $A = R(g) \cap D(f) = [0, \infty) \neq \phi = R(g)$

[2] $f(g(x)) = \sqrt{x+1}$

[3] $D(f\circ g) = D(g) = [0, \infty)$ full Domin

$g\circ f$:

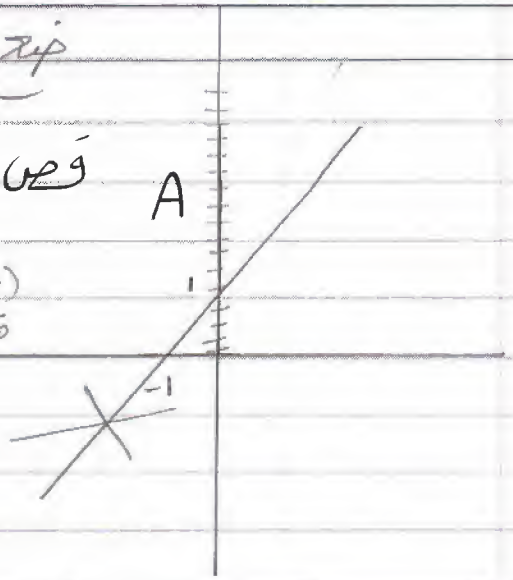
[1] $A = R(f) \cap D(g) = [0, \infty) \neq \phi \neq R(f)$

[2] $g\circ f = g(f(x)) = \sqrt{x} + 1$

[3] $D(g\circ f)$ = subset of $D(f)$ whose range = A using f

y-axis على A خرج

وصل المنحنى خارج A



$D(f \circ g) = [-1, \infty)$

x قيم

ex) $f(x) = \sqrt{x}$ $\quad g(x) = x^2 - 4$

[0] $D(f) = [0, \infty)$ $\quad D(g) = \mathbb{R}$

$R(f) = [0, \infty)$ $\quad R(g) = [-4, \infty)$

$f \circ g$

[1] $A = R(g) \cap D(f) = [0, \infty) \cap [-4, \infty) = [0, \infty) \neq \phi$

$\neq R(g)$

[2] $f \circ g = f(g(x)) = \sqrt{x^2 - 4}$

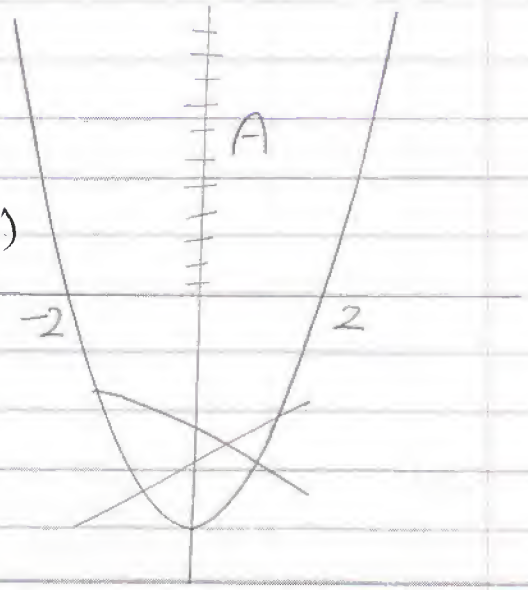
[3] $D(f \circ g)$ = subset of $D(g)$ whose range = A

using g

$x^2 - 4 = 0$

$x = \pm 2$

$\therefore D(f \circ g) = \mathbb{R} - (-2, 2)$



gof

[1] $A = R(f) \cap D(g) = [0,\infty) = R(f) \neq \phi$

[2] $gof = g(f(x)) = (\sqrt{x})^2 - 4 = x - 4$

[3] $\therefore D(gof) = D(f) = [0,\infty)$

6-ii) $f(x) = -x^2$ $\quad g(x) = \sqrt{x-1}$

هل gof موجودة

$D(f) = \mathbb{R}$ $\quad D(g) = [1,\infty)$

$R(f) = (-\infty, 0]$ $\quad R(g) = [0,\infty)$

$\therefore A = R(f) \cap D(g) = (-\infty,0] \cap [1,\infty) = \phi$

$\therefore$ gof غير موجودة

Inverse function الدوال العكسية

هي الدالة التي تؤدي العمل العكسي لـ f(x) ويرمز لها بالرمز

$f^{-1}(x)$ → Not a power ليست أس

f inverse of x

$f^{-1}(x) \neq \frac{1}{f(x)} \neq [f(x)]^{-1}$

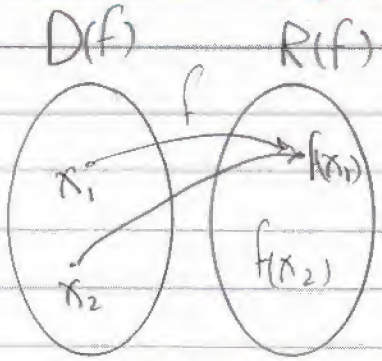
ex) $f(x) = 2x$ $\quad f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$

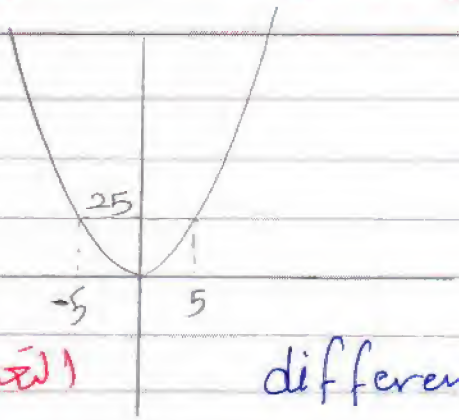
$f(x) = x + 5$ $\quad f^{-1}(x) = x - 5$

$f(x) = x^3$ $\quad f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$

One-to-one fn. الدوال واحد لواحد

$1 \to 1$



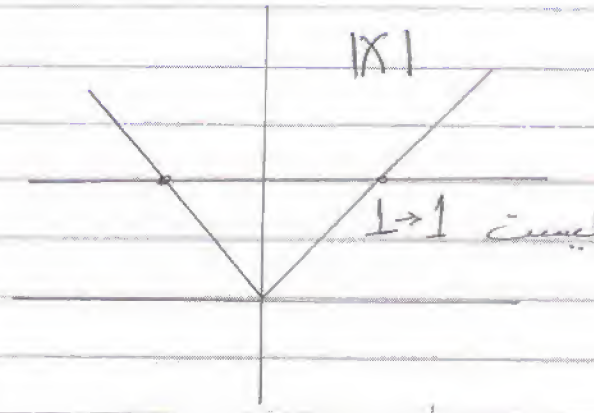


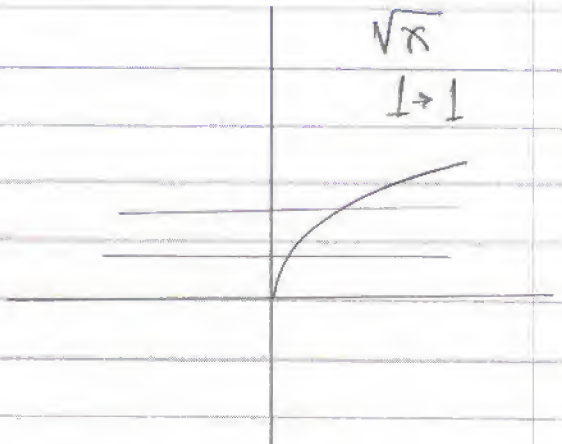
التعريف إذا كانت $x_1 \neq x_2$ different x^s

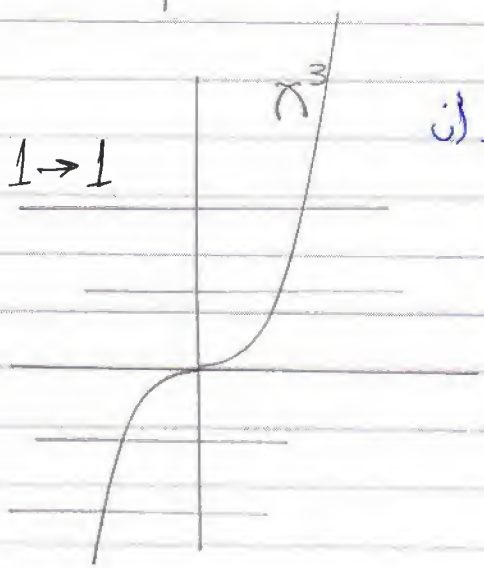
$f(x_1) \neq f(x_2)$ حتى تكون الدالة $1 \to 1$ have different $f(x)^s$

اختبار الخط الأفقي

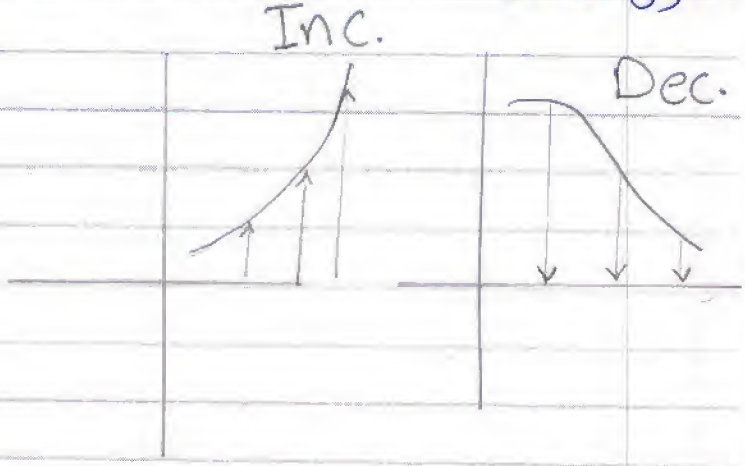
إذا كان كل خط أفقي يقطع منحنى الدالة في نقطة وحيدة
فتكون الدالة $1 \to 1$



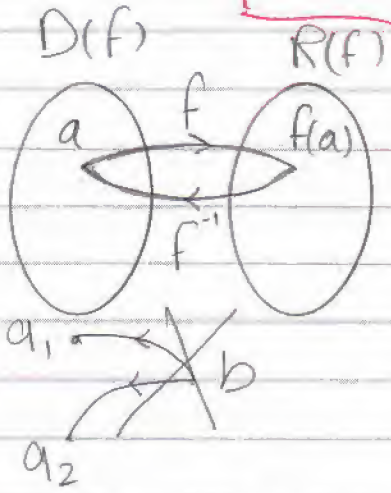




* أي دالة متزايدة أو متناقصة على مجالها لابد أن تكون $1 \to 1$



∴ فقط الدوال 1→1 لها دوال عكسية



$D(f^{-1}) = R(f)$

$R(f^{-1}) = D(f)$

$x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{f^{-1}} x$

قوانين الإلغاء:

$f \circ f^{-1} = f(f^{-1}(x)) = x$

$f^{-1} \circ f = f^{-1}(f(x)) = x$

ex) $f(x) =$ equation in x

أوجد الدالة العكسية مع ذكر مجالها ومداها والرسم

[0] Make sure that $f(x)$ is $1 \to 1$

[1] get $D(f)$ and $R(f)$

[2] $y =$ equation in x

[3] solve for $x \Rightarrow x =$ another equation in y
Get x in L.H.S

[4] interchange x and y
$x \leftrightarrow y$

[5] Rename y by $f^{-1}(x)$. Get $D(f^{-1})$, $R(f^{-1})$

[6] Cancelation equation قوانين الإلغاء

[7] الرسم

f-i) $f(x) = 2x - 5$

0] 1→1 دالة خط مستقيم

1] $D(f) = \mathbb{R}$ $\quad R(f) = \mathbb{R}$

2] $y = 2x - 5$

3] $x = \frac{y+5}{2}$

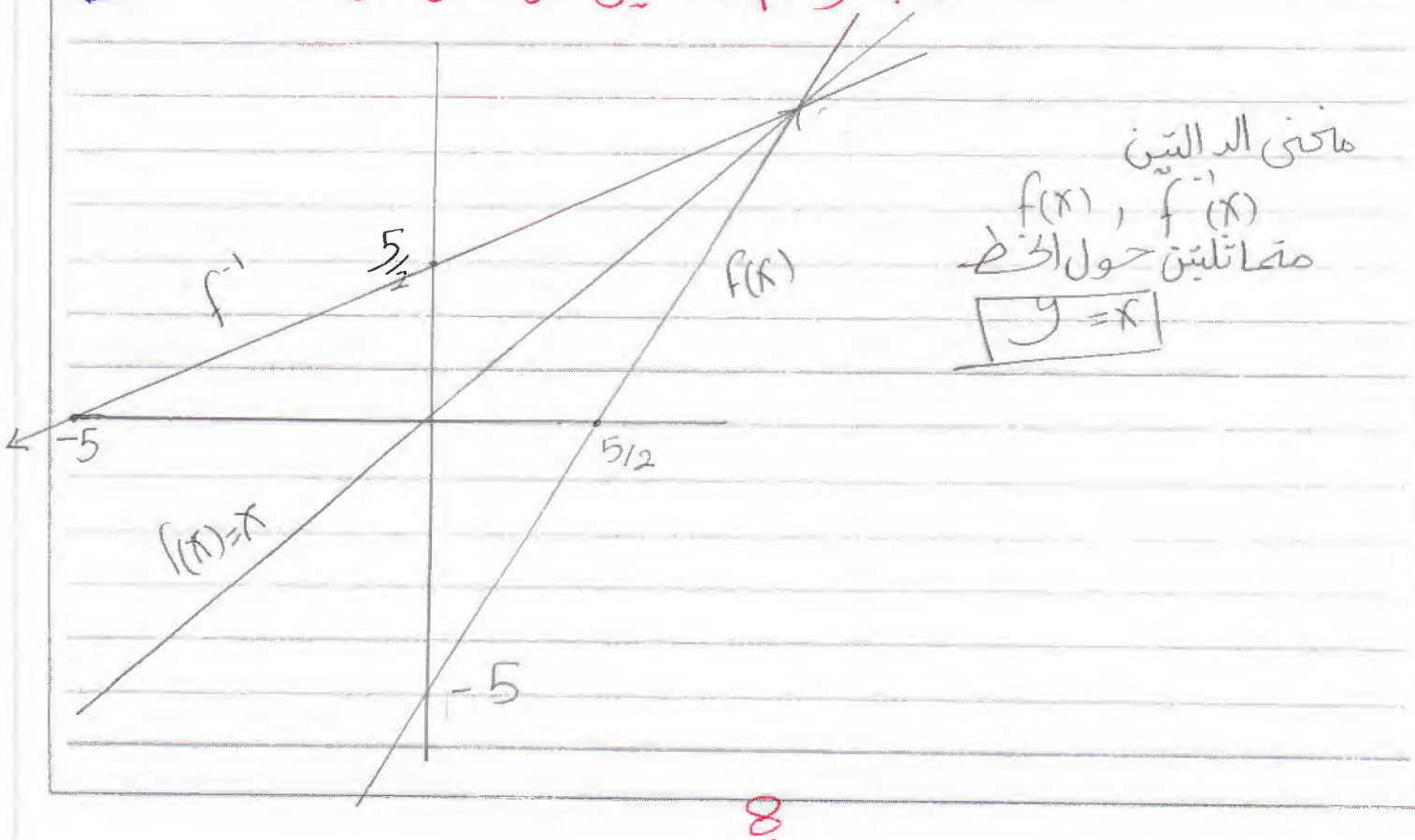
4] $y = \frac{x+5}{2}$

5] $f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2} \Rightarrow D(f^{-1}) = \mathbb{R}$, $R(f^{-1}(x)) = \mathbb{R}$

6] $f^{-1}of = \frac{(2x-5)+5}{2} = x$

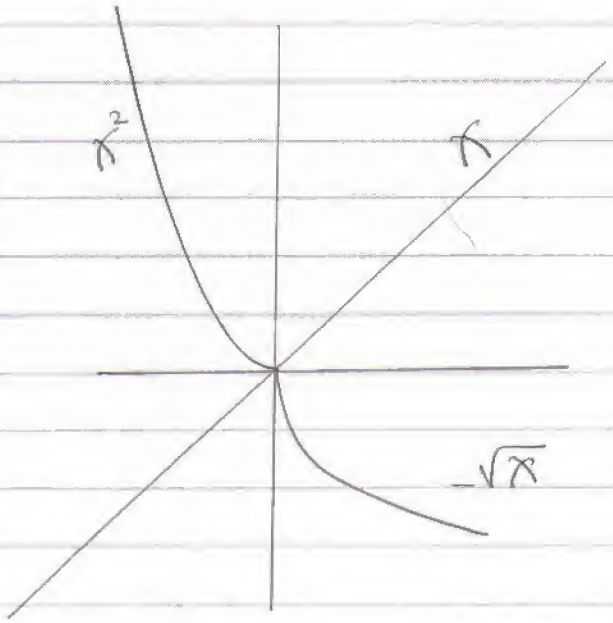
$f o f^{-1} = 2\left(\frac{x+5}{2}\right) - 5 = x$

7] يجب رسم الدالتين على نفس الرسمة



ماذا تلاحظ الدالتين
$f(x)$, $f^{-1}(x)$
متماثلتين حول الخط
$y = x$

ex) $f(x) = x^2 \qquad x \leq 0$



[0] $1 \to 1$

[1] $D(f) = (-\infty, 0] = R(f^{-1})$
$R(f) = [0, \infty) = D(f^{-1})$

[2] $y = x^2$

[3] $|x| = \sqrt{y} = \begin{cases} x \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$

$\therefore \sqrt{y} = -x$

$x = -\sqrt{y}$

[4] $y = -\sqrt{x}$

[5] $\boxed{f^{-1}(x) = -\sqrt{x}}$

[6] $f \circ f^{-1} = (-\sqrt{x})^2 = x$

$f^{-1} \circ f = -\sqrt{x^2} = +x \qquad ; x \leq 0$

[7]

الكوبز كده